1 Podstawowe prawa dynamiki potrzebne do rozwiązania problemu:

Pierwsza zasada dynamiki Newtona: Jeżeli na dane ciało nie działają żadne inne ciała, lub działania innych ciał równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

$$F\Sigma = 0 \tag{1}$$

Druga zasada dynamiki Newtona: Jeżeli na ciało działa stała siła wypadkowa, to ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do działającej siły, a odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała.

$$m\ddot{x} = F\Sigma \tag{2}$$

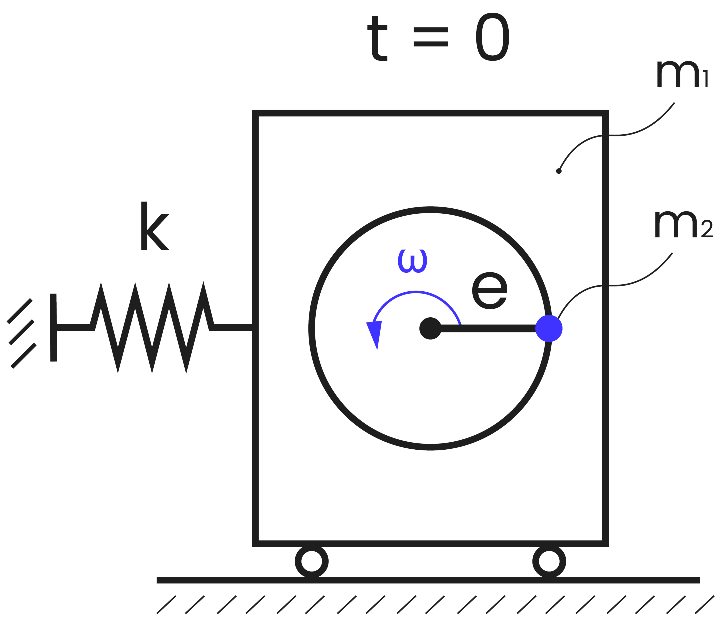
$$m\ddot{y} = F\Sigma \tag{3}$$

Trzecia zasada dynamiki Newtona: Oddziaływanie dwóch ciał jest zawsze wzajemne. Jeżeli jedno ciało działa na drugie pewną siłą, to drugie działa na ciało pierwsze siłą taką samą co do wartości i kierunku, a o zwrocie przeciwnym.

$$F_A = -F_R \tag{4}$$

2 Sformułowanie problemu

Na rysunku pokazano dwumasowy model pralki z poziomą osią wirnika. Środek masy wirnika znajduje się w odległości e od osi obrotu. W chwili $t = 0$ środek wirnika znajduje się na wysokości osi obrotu, a wirnik zaczyna się obracać z prędkością kątową ω. Jaki jest poziomy ruch obudowy pralki, jeśli można pominąć opór ruchu? Jaka jest siła reakcji podłoża podczas ruchu? Przy jakiej prędkości kątowej wirnika pralka odrywa się od ziemi?



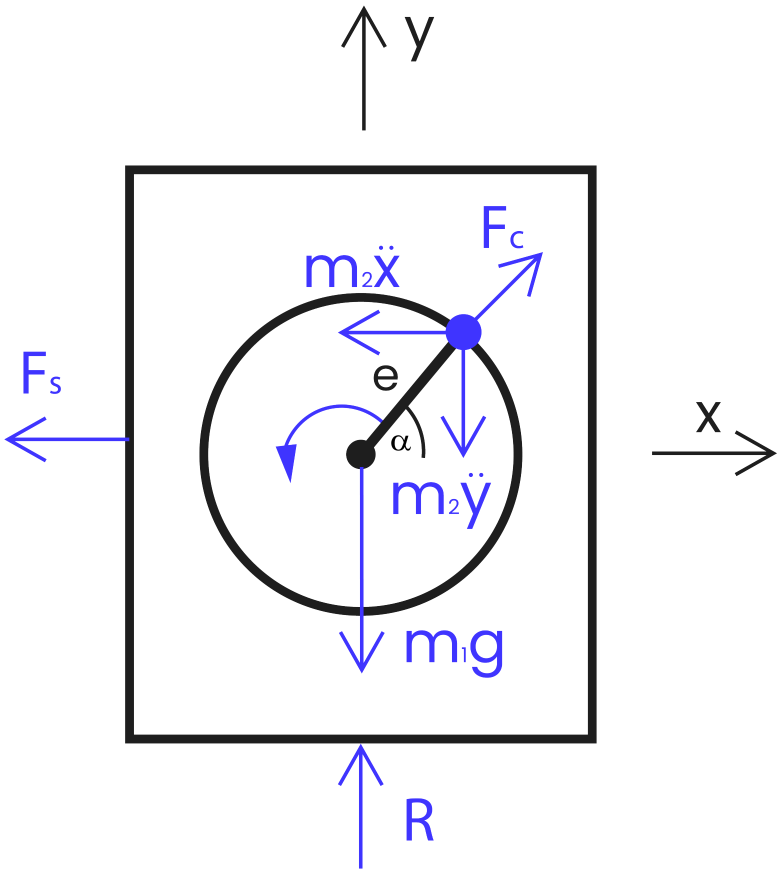
3 Analiza problemu

Do prawidłowego wykonania zadania należy przyjąć następujące kroki:

- Rozrysowanie rozkładu sił działających na system
- Korzystając z drugiego prawa dynamiki Newtona napisać równania ruchu systemu po osi x i y
- Obliczyć siłę reakcji od podłoża
- Obliczenie prędkosci kątowej dla jakiej pralka oderwie się od ziemi
- Policzyć poziomy ruch obudowy pralki

4 Wykres rozkładu sił

Pierwszym krokiem do poprawnego rozwiązania tego problemu jest skonstruowanie schematu z rozkładem działających sił w modelu pralki. Prezentuje się on następująco:



5 Równania ruchu

Równania ruchu wyprowadzone z drugiego prawa dynamiki Newtona. Względem osi x:

$$m_1\ddot{x} = -kx - m_2\ddot{x} + em_1\omega^2\cos(\omega t) \tag{5}$$

Równanie ruchu względem osi y

$$m_1\ddot{y} = R - g(m_1 + m_2) + em_2\omega^2\sin(\omega t) \tag{6}$$

6 Obliczenia

W zadaniu proszą nas o policzenie 3 wartosci, w tym celu podzielimy tę sekcję na 3 podsekcje, a aby stworzyć wykresy, przyjmiemy sobie następujące wartosci dla znanych nam zmiennych/stałych

Tabela 1: Dane przyjęte do stworzenia wykresów

Parametr	ω	g	e	m_1	m_2
Wartość	$\frac{\sqrt{m_2}}{\sqrt{e}}$	10	2	40	25

6.1 Obliczenia siły reakcji

Przyspieszenie po osi y jest równe 0, stąd możemy wyliczyć siłę reakcji od podłoża:

$$R = gm_1 + gm_2 - em_2\omega^2 \sin(\omega t) \tag{7}$$

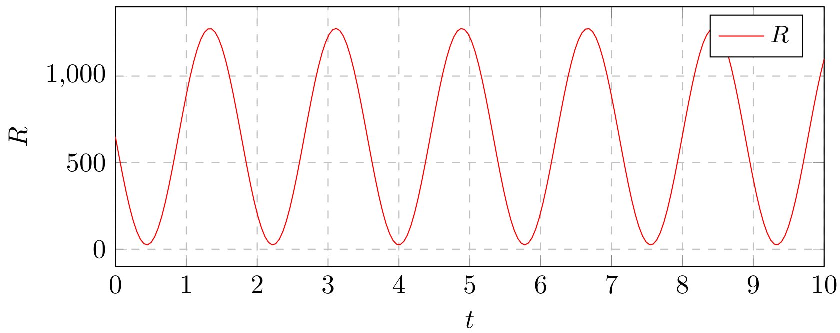
W celu dalszych obliczeń, czyli obliczenia prędkosci kątowej potrzebnej do oderwania się pralki od ziemi, należy przyjąc najwyższe położenie punktu m_2, czyli wartość kąta $\frac{\pi}{2}$, a co za tym idzie, przyjąc wartosć sinusa jako 1.(8)

$$R = gm_1 + gm_2 - em_2\omega^2 \tag{8}$$

Podstawiając przyjęte wczesniej dane otrzymujemy:(9)

$$R = 650 - 625\sin\left(\frac{5\sqrt{2}t}{2}\right) \tag{9}$$

Mając takie równanie możemy stworzyć wykres siły reakcji w zależnosci od czasu:

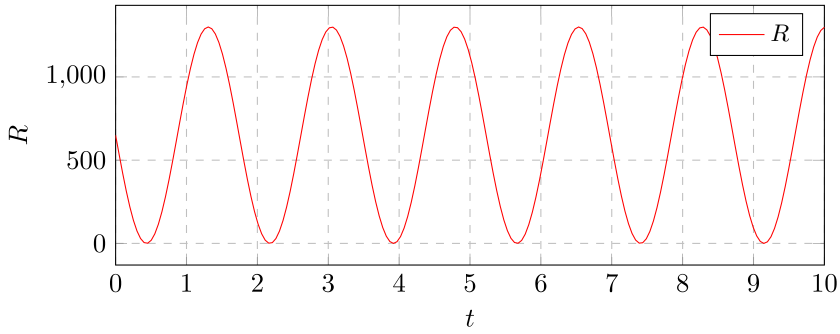


6.2 Obliczenia prędkosci kątowej potrzebnej do oderwania się pralki od ziemi

W tej częsci zadania kluczowe jest, aby korzystając z trzeciego prawa dynamiki Newtona zauważyć, że warunkiem na oderwanie się pralki od podłoża jest siła reakcji równa 0. Na tej podstawie możemy bez problemu wyliczyć prędkosc kątową potrzebną do spełnienia tego warunku:(10)

$$\omega = \frac{\sqrt{gm_1 + gm_2}}{\sqrt{e}\sqrt{m_2}} \tag{10}$$

Następnie podstawiając znane nam dane, możemy stworzyć wykres, z którego możemy odczytać, że nasza pralka odrywa się od podłoża, a następnie znowu opada i tak w kółko



6.3 Obliczenie horyzontalnego ruchu obudowy pralki

Aby wykonać takie obliczenie wystarczy rozwiązać rownanie ruchu względem osi x: (11)

$$m_1\ddot{x} = -kx - m_2\ddot{x} + em_1\omega^2 \cos(\omega t) \tag{11}$$

Równanie jednorodne:

$$x_g = C_1 \cos\left(\frac{\sqrt{k}t}{\sqrt{m_1 + m_2}}\right) + C_2 \sin\left(\frac{\sqrt{k}t}{\sqrt{m_1 + m_2}}\right) \tag{12}$$

Równanie szczególne:

$$x_s = \frac{em_1\omega^2 \cos(\omega t)}{(m_1 + m_2)\left(\frac{k}{m_1+m_2} - \omega^2\right)} \tag{13}$$

Ostateczne równanie ruchu po osi x:

$$x = -\frac{em_1\omega^2 \cos\left(\frac{\sqrt{k}t}{\sqrt{m_1+m_2}}\right)}{k - m_1\omega^2 - m_2\omega^2} + \frac{em_1\omega^2 \cos(\omega t)}{(m_1 + m_2)\left(\frac{k}{m_1+m_2} - \omega^2\right)} \tag{14}$$

