

1 Podstawowe prawa dynamiki potrzebne do rozwiązania problemu:

Pierwsza zasada dynamiki Newtona: Jeżeli na dane ciało nie działają żadne inne ciała, lub działania innych ciał równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym.

$$F\Sigma = 0 \quad (1)$$

Druga zasada dynamiki Newtona: Jeżeli na ciało działa stała siła wypadkowa, to ciało porusza się ruchem jednostajnie przyspieszonym z przyspieszeniem wprost proporcjonalnym do działającej siły, a odwrotnie proporcjonalnym do masy ciała.

$$m\ddot{x} = F\Sigma \quad (2)$$

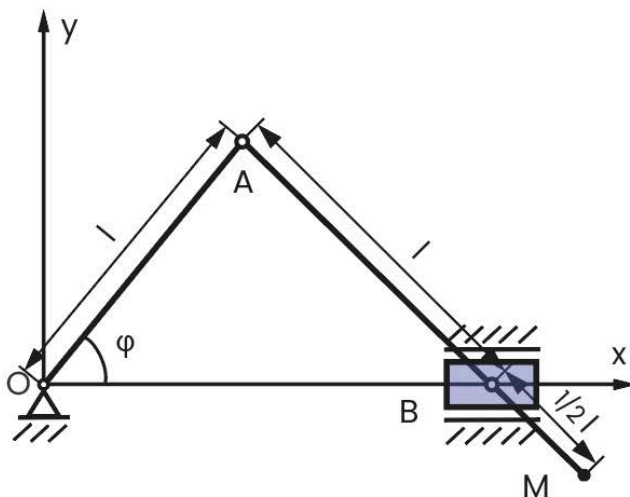
$$m\ddot{y} = F\Sigma \quad (3)$$

Trzecia zasada dynamiki Newtona: Oddziaływanie dwóch ciał jest zawsze wzajemne. Jeżeli jedno ciało działa na drugie pewną siłą, to drugie działa na ciało pierwsze siłą taką samą co do wartości i kierunku, a o zwrocie przeciwnym.

$$F_A = -F_R \quad (4)$$

2 Sformułowanie problemu

Znajdź drogę, prędkość, wartość przyspieszenia, przyspieszenie styczne i normalne punktu M mechanizmu pokazanego na rysunku, jeśli $\phi = \omega t$, a wartość I jest znana.



3 Analiza problemu

Kroki postępowania:

- Ułożenie równań ruchu punktu A
- Ułożenie równań ruchu punktu B
- Wyznaczenie prędkości i przyspieszenia punktu M

4 Równania ruchu punktu A

Równanie ruchu punktu A względem osi x (5)

$$x_A = l \cos(\omega t) \quad (5)$$

Równanie ruchu punktu A względem osi y (6)

$$y_A = l \sin(\omega t) \quad (6)$$

Prędkość punktu A względem osi x (7)

$$v_{ax} = -l\omega \sin(\omega t) \quad (7)$$

Prędkość punktu A względem osi y (8)

$$v_{ay} = l\omega \cos(\omega t) \quad (8)$$

Wypadkowa prędkość punktu A: (9)

$$v_a = l\omega \quad (9)$$

5 Równania ruchu punktu B

Równanie ruchu punktu B względem osi x (10)

$$x_B = 2l \cos(\omega t) \quad (10)$$

Równanie ruchu punktu B względem osi y (11)

$$y_B = 0 \quad (11)$$

Wypadkowa prędkość punktu B: (12)

$$v_b = -2l\omega \sin(\omega t) \quad (12)$$

6 Wyznaczenie prędkości i przyspieszenia punktu M

Z zależności między prędkościami punktów możemy stwierdzić że: (13)

$$2l\omega \sin(\omega t) = l\omega + l\omega_2 \quad (13)$$

A następnie wyliczyć: (14)

$$\omega_2 = -\omega(2 \sin(\omega t) + 1) \quad (14)$$

Po wyliczeniu tej wartości bez problemu możemy wyliczyć prędkość punktu M: (15)

$$v_m = -2l\omega \sin(\omega t) - \frac{l\omega(2 \sin(\omega t) + 1)}{2} \quad (15)$$

Aby policzyć przyspieszenie naszego punktu, policzymy przyspieszenie styczne oraz normalne a następnie dzięki nim obliczymy przyspieszenie wypadkowe: (16)

$$a_{mt} = -3l\omega^2 \cos(\omega t) \quad (16)$$

$$a_{mn} = \frac{2 \left(-\frac{l\omega(2 \sin(\omega t) + 1)}{2} - 2l\omega \sin(\omega t) \right)^2}{l} \quad (17)$$

Nasze ostateczne przyspieszenie wynosi: (18)

$$a_m = \sqrt{9l^2\omega^4 \cos^2(\omega t) + \frac{4 \left(-\frac{l\omega(2 \sin(\omega t) + 1)}{2} - 2l\omega \sin(\omega t) \right)^4}{l^2}} \quad (18)$$