1 Wzory niezbędne do wykonania zadania:

Pierwsza zasada dynamiki Newtona: Jeżeli na dane ciało nie działają żadne inne ciała, lub działania innych ciał równoważą się, to ciało pozostaje w spoczynku lub porusza się ruchem jednostajnym prostoliniowym:

$$F\Sigma = 0 \tag{1}$$

Trzecia zasada dynamiki Newtona: Jeżeli ciało A działa na ciało B pewną siłą, to ciało B działa na ciało A siłą równą co do wartości bezwzględnej i o tym samym kierunku, ale o przeciwnym zwrocie:

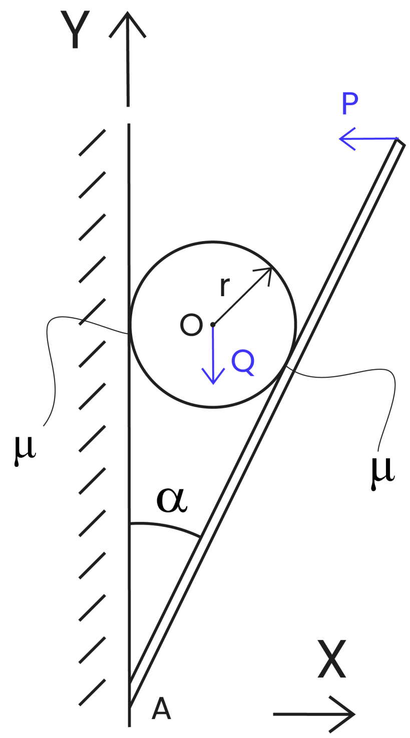
$$F_{AB} = -F_{AB} \tag{2}$$

Przekształcenie siły tarcia z użyciem współczynnika tarcia:

$$T = N\mu \tag{3}$$

2 Analiza problemu

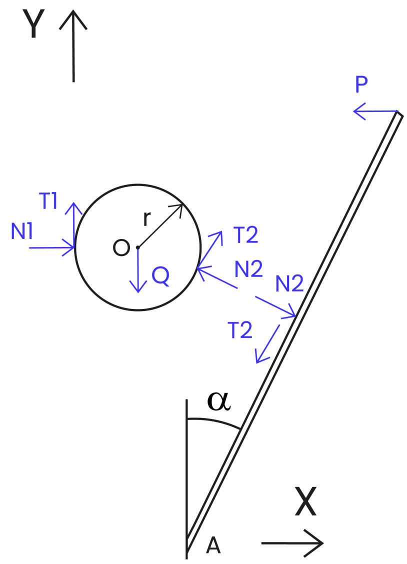
Znajdź minimalną siłę P potrzebną by uzyskać equilibrium systemu pokazanego poniżej, składającego się z koła o wadze Q i promieniu r oraz prętu bez wagi o długości l. Współczynnik tarcia pozostaje niezmienny dla obu stron kontaktu ciał.



Zadanie możemy podzielić na trzy etapy, schemat rozkładu sił dla ciał, sformułowanie sum sił działających w osiach, przekształcenia równań

3 Schemat rozkładu sił dla ciał

W podanym wyżej przypadku mamy dwa elementy dla których wykonujemy schemat:



4 Sformułowanie sum sił działających na ciałach w osiach oraz momentów

Na bazie stworzonego schematu dla koła budujemy równania sum sił dla osi x, y oraz sumę momentów dla punktu O:

$$F_x = 0 \tag{4}$$

$$0 = N_1 + T_2 \sin(\alpha) - N_2 \cos(\alpha) \tag{5}$$

$$F_y = 0 \tag{6}$$

$$0 = T_1 - Q + N_2 \sin(\alpha) + T_2 \cos(\alpha) \tag{7}$$

$$M_o = 0 \tag{8}$$

$$0 = T_1 r - T_2 r \tag{9}$$

Na bazie stworzonego schematu dla pręta budujemy równania sum sił dla osi x, y oraz sumę momentów dla punktu A:

$$F_x = 0 \tag{10}$$

$$0 = -P + N_2 \cos(\alpha) - T_2 \sin(\alpha) \tag{11}$$

$$F_y = 0 \tag{12}$$

$$0 = -N_2 \sin(\alpha) - T_2 \cos(\alpha) \tag{13}$$

$$M_A = 0 \tag{14}$$

$$0 = N_2 r \cot(\alpha) - Pl \cos(\alpha) \tag{15}$$

5 Przekształcenia równań

By znaleźć wartość siły P skorzystamy z równania moemntu dla pręta

$$0 = N_2 r \cot(\alpha) - Pl \cos(\alpha) \tag{16}$$

$$P = \frac{N_2 r}{l \sin(\alpha)} \tag{17}$$

By wyznaczyć więc wartość siły P dla podanych w zadaniu danych musimy znaleźć więc wartość N2, by to zrobić skorzystamy wpierw z równania sił dla kuli w osi x

$$F_x = 0 \tag{18}$$

$$0 = N_1 + T_2 \sin(\alpha) - N_2 \cos(\alpha) \tag{19}$$

Z sumy momentów dla kuli wiemy że:

$$M_o = 0 \tag{20}$$

$$0 = T_1 r - T_2 r \tag{21}$$

Przekształcamy siły tarcia według wspomnianej na początku zasady

$$T_1 = T_2 \tag{22}$$

$$N_1 \mu = T_2 \tag{23}$$

Następnie wracamy do równania w osi x

$$0 = N_1 - N_2 \cos(\alpha) + N_1 \mu \sin(\alpha) \tag{24}$$

$$N_1 = \frac{N_2 \cos(\alpha)}{\mu \sin(\alpha) + 1} \tag{25}$$

Przekształcając więc równanie sił dla kuli w osi y znajdziemy wartość N2

$$F_y = 0 \tag{26}$$

$$0 = T_1 - Q + N_2 \sin(\alpha) + T_2 \cos(\alpha) \tag{27}$$

$$0 = -Q + N_2 \sin(\alpha) + \frac{N_2 \mu \cos^2(\alpha)}{\mu \sin(\alpha) + 1} + \frac{N_2 \mu \cos(\alpha)}{\mu \sin(\alpha) + 1} \tag{28}$$

$$0 = -Q + N_2 \left(\frac{\mu \cos^2(\alpha)}{\mu \sin(\alpha) + 1} + \frac{\mu \cos(\alpha)}{\mu \sin(\alpha) + 1} + \sin(\alpha) \right) \tag{29}$$

$$N_2 = \frac{Q}{\frac{\mu \cos^2(\alpha)}{\mu \sin(\alpha)+1} + \frac{\mu \cos(\alpha)}{\mu \sin(\alpha)+1} + \sin(\alpha)} \tag{30}$$

$$N_2 = \frac{Q (\mu \sin(\alpha) + 1)}{\mu \cos(\alpha) + \mu + \sin(\alpha)} \tag{31}$$

Finalnie wracając do wzoru opisującego wartość siły P otrzymujemy:

$$P = \frac{Qr (\mu \sin(\alpha) + 1)}{l (\mu \cos(\alpha) + \mu + \sin(\alpha)) \sin(\alpha)} \tag{32}$$