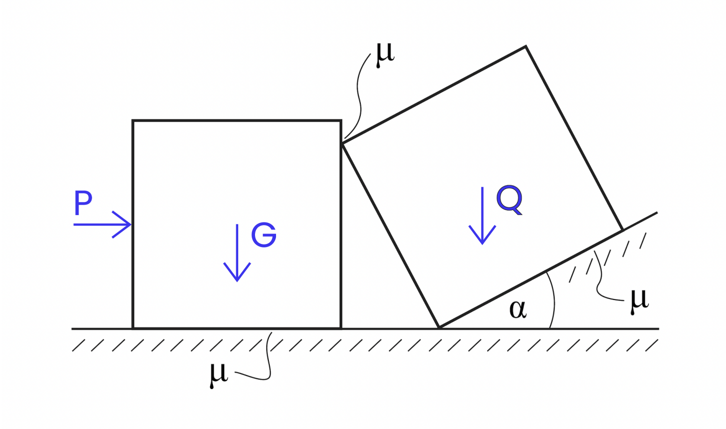
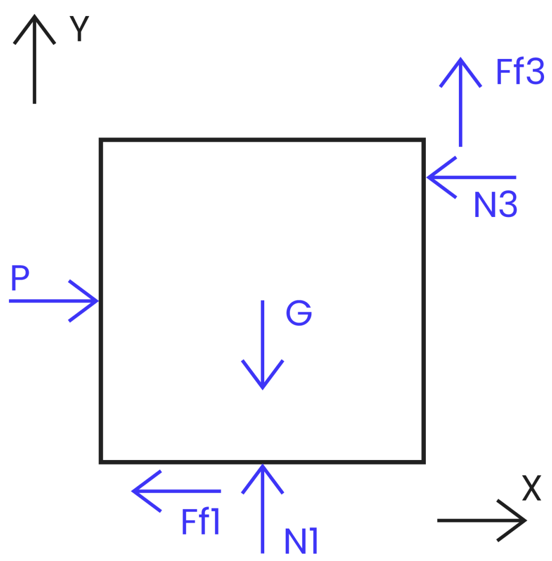
1 Analiza problemu

Znajdź minimalną wartość siły P dla której występuje ruch, G oraz Q to wartości znane.



2 Analiza rozkładu sił działających na obiekty

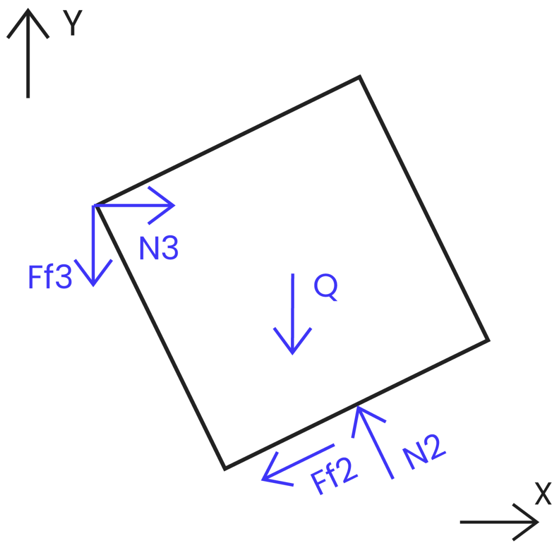
Analizujemy wstępnie sumę sił działających w osi x oraz y przy pomocy odizolowanych schematów obu obiektówWpierw analizujemy obiekt leżący płasko w osiach x i y



$$\Sigma F_x = P - Ff_1 - N_3 \tag{1}$$

$$\Sigma F_y = Ff_3 + N_1 - G \tag{2}$$

Następnie pochylony obiekt



$$\Sigma F_x = N_3 - Ff_2 \cos(\alpha) - N_2 \sin(\alpha) \quad (3)$$

$$\Sigma F_y = -Ff_3 - Q + N_2 \cos(\alpha) - Ff_2 \sin(\alpha) \quad (4)$$

3 Zdefiniowanie poszukiwanej wartości i przekształcenie równań

Z równania w osi x pierwszego obiektu możemy wyprowadzić poszukiwanną siłę P

$$P = Ff_1 + N_3 \quad (5)$$

Przyjmujemy założenie, iż siła tarcia równa jest współczynnikowi tarcia przemnożonemu przez siłę reakcji podłoża na ciężar obiektu

$$Ff_1 = N_1\mu \quad (6)$$

$$Ff_2 = N_2\mu \quad (7)$$

$$Ff_3 = N_3\mu \quad (8)$$

Z sumy sił w osi y dla ciała pierwszego możemy znaleźć N1

$$N_1 = G - N_3\mu \quad (9)$$

W rezultacie przekształcone równanie dla siły P ma tylko jedną niewiadomą czyli N3

$$P = N_3 + \mu(G - N_3\mu) \quad (10)$$

$$P = G\mu + N_3\left(1 - \mu^2\right) \quad (11)$$

By odszukać wartość N3 musimy przejść do sum sił dla pochylonego obiektu Z równania w osi x:

$$N_3 = N_2 \sin(\alpha) + N_2 \mu \sin(\alpha) \tag{12}$$

$$N_3 = N_2 (\mu \sin(\alpha) + \sin(\alpha)) \tag{13}$$

By więc znaleźć finalną wartość N3 musimy znaleźć N2, do czego posłuży równanie pochylonego obiektu po osi y

$$0 = -Q + N_2 \cos(\alpha) - N_3 \mu - N_2 \mu \sin(\alpha) \tag{14}$$

$$0 = -Q + N_2 (-\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)) - N_3 \mu \tag{15}$$

$$0 = -Q + N_2 (-\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)) - N_2 \mu (\mu \cos(\alpha) + \sin(\alpha)) \tag{16}$$

$$Q = N_2 (-\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)) - N_2 \left(\mu^2 \cos(\alpha) + \mu \sin(\alpha)\right) \tag{17}$$

$$Q = N_2 \left(-\mu^2 \cos(\alpha) - 2\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)\right) \tag{18}$$

$$N_2 = \frac{Q}{-\mu^2 \cos(\alpha) - 2\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)} \tag{19}$$

Podstawiając siły N2 do równania N3 otrzymujemy

$$N_3 = \frac{Q (\mu \sin(\alpha) + \sin(\alpha))}{-\mu^2 \cos(\alpha) - 2\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)} \tag{20}$$

Finalnie więc podstawiając N3 do równania na siłę P otrzymujemy

$$P = G\mu + \frac{Q \left(1 - \mu^2\right) (\mu \sin(\alpha) + \sin(\alpha))}{-\mu^2 \cos(\alpha) - 2\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)} \tag{21}$$

Możemy więc stwierdzić, iż by bloki zaczeły się poruszać musi być spełniony warunek

$$P > G\mu + \frac{Q \left(1 - \mu^2\right) (\mu \sin(\alpha) + \sin(\alpha))}{-\mu^2 \cos(\alpha) - 2\mu \sin(\alpha) + \cos(\alpha)} \tag{22}$$